

# 微分・積分の数学で開く ライフサイエンスの新しい扉

松島 正知 医情報学科 助教

## 難解な非線形関数を標準化し 実学の世界でブレークスルーを起こす

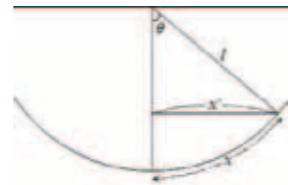
単振り子の周期は、おもりの重さや振幅の大きさに関係なく、おもりを吊るした糸の長さだけで決まる…。高校時代に習う有名な振り子の等時性ですが、「実は、正確ではありません」と話すのは松島正知助教。振り幅の角度は $\theta$ で表されますが、高校では「 $\sin\theta \approx \theta$ 」に置き換えるので、等時性が成り立ちます。しかし、置き換えることなく運動方程式を立てると、 $\sin\theta = \frac{x'}{l}$ となるので、 $\theta$ が大きくなるほどズレが生じてしまいます。つまり、振り幅が大きくなるほど（おもりを離す位置が高いほど）周期が長くなるわけです。

この置き換えをすることなく立てられた微分方程式の解には、楕円関数と呼ばれる高校までに学習する初等関数では表現できない関数が出てきます。楕円関数は、もともとは楕円の弧の長さを求めるために考え出された関数ですが、たいへん難解で、楕円関数を使った暗号は、現代までの数学理論では復元できないと言われています。現在、これを微分方程式に置き換えた「ワイヤストラスの楕円関数」が工学等の分野で活用されていますが、実際には線形関数、すなわち「 $kf(x)=f(kx)$ 」のように、掛け算や足し算の順序を入れ替えても結果が同じ関数に限定されているそうです。しかし、世の中には、線形条件を満たさない関数のほうが多いです。「非線形に目を向ければ、もっといろんなことが解析できるようになるのでは」。

松島助教は、KdV方程式（非線形分散方程式）を使って、この難問に挑んでいます。KdV方程式は形としては美しくありませんが、「進行波解」と呼ばれる解を代入することで、ワイヤストラスの楕円関数と同じ内容の方程式が得られ、そ

こには楕円関数の解が存在していると言います。取り扱いが難しかった非線形関数の応用へと一歩近づく研究で、もしかすると実学の世界で新たなブレークスルーにつながるかもしれません。

単振り子の運動



$\theta = \frac{x}{l}$  (中学校で履修)  
 $\sin\theta = \frac{x'}{l}$  (高校で履修)  
 $\theta$ が大きくなるほど、ズレも大きくなる。

## 光ネットワーク回路の同期現象から 脳内の神経伝達のメカニズムを知る

電子ホタル（光ネットワーク）をご存知でしょうか？ 方形波と呼ばれる点滅を繰り返す特殊な回路（オペアンプ）を並べると、最初はバラバラに点滅していたのが、やがてそれぞれの回路が引かれ合うようにして同期を始めるというものです。回路が2個なら、同時に点滅するパターン（同相同期）や、一方が点灯しているときに他方が消灯するパターン（逆相同期）が考えられますが、回路が3個になるとどうでしょう。同時に点滅を繰り返すパターンもあれば、時計回りや反時計回りに順番に点滅を繰り返すパターン、また1個ついて2個消えて…というパターンも考えられそうです。興味深いことに、2個の回路は一度同期するとずっとその状態で安定しますが、3個の回路は一瞬時計回りになっても、時間が経過するとまたランダムなパターンに戻って…ということを繰り返します（多重安定性）。

「これは、脳の中の情報伝達の仕組みと同じではないでしょうか」と松島助教。脳の中には、ニューロンという神経回

路が無数に張り巡らされています。ニューロンは何か情報が伝わると、シナプスを介して化学的・電氣的反応（発火）を刹那的に引き起こし、情報伝達が終わるとまた違うパターンの動きを見せます。光ネットワーク回路で言い換えれば、同時に点滅している状態が発火です。もし、100個、200個の回路を同期させるようなシステムが実現できれば、脳内の動きを目に見える形で再現できるかもしれません。医情報学科の吉川研一教授や医工学科の伊藤利明教授、徳島大学の川上博名誉教授などと連携しながら、光ネットワーク回路の同期現象から脳のメカニズムを解き明かす挑戦が始まりました！

## 未知の研究領域への挑戦！ 自由な発想で独創的なテーマ、続々

工学的な光ネットワーク回路と脳の神経伝達回路を結びつける研究は、今まで誰も取り組んだことのない新しい分野

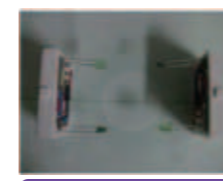
教員の横顔 Masatomo Matsushima

研究テーマは、非線形の微分方程式、可積分系と楕円関数に関する解析的研究。複雑で難解な非線形の微分方程式を解きほぐし、工学やライフサイエンスの世界に応用しようとする独自性の高い研究は、内外から注目されている。元防衛大学の学生でパイロットを目指していたという異色の経歴の持ち主。趣味はドライブで、実家のある長崎県まで愛車で帰省することもあるとか。「研究の発想を得るのに最適な空間」と笑う。

です。松島助教は、まず光ネットワーク回路で起こっている現象をシミュレーションでモデル化し、微分方程式として表せないかと考えています。しかし、同期そのものは非線形の現象なので、わずか2個の回路でも計算がたいへん複雑になるといいます。「メーカーと共同で、新しいソフトウェアの開発に取り組んでいます」。将来、より多くの光ネットワーク回路の解析ができるようになれば、例えば現在の0、1で演算するノイマン型に代わる、ヒトの脳を模したまったく新しいコンピュータなど、世の中になかった付加価値を同志社大学から発信できるかもしれません。

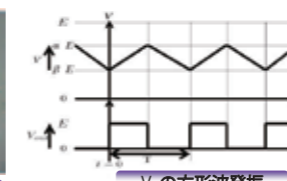
その他、松島助教が所属する非線形応用数理研究室では、血管の中の赤血球の流れをシミュレーションで分析し、血栓がどのように形成されるかを明らかにしようという取り組みにもチャレンジしています。「学生さん自身が、自由な発想で研究できるのが、私たちの研究室の魅力」。数学と生命医科学の世界を結ぶ松島助教。自由で澁刺とした雰囲気の中から、新たな研究シーズが芽生えています。

光ネットワーク回路（方形波発振器の光結合同期現象）

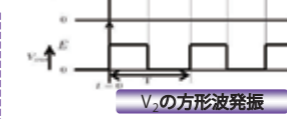


方形波発振器の相互同期 (左:  $V_1$ , 右:  $V_2$ )

2つの発振器のLED光が同期する。  
(同期には、同相同期と逆相同期がある。)



$V_1$ の方形波発振



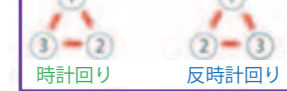
$V_2$ の方形波発振



3回路における同期現象の分類



主な点滅パターン



3つの発振器はすべてtypeA。  
2つの発振器の場合の同期とは異なり、自然に同期することはない。(同期は多重安定性を持つ)